

مسئله‌های ریاضیات کانگورو ۱۳۹۴ اول دبیرستان

از صبح روز ۱۰ اردیبهشت می‌توانید پاسخ مسئله‌ها را در سایت ریاضیات کانگورو ببینید.
نشانی: www.mathkangaroo.ir



نام:
نام خانوادگی:
شماره‌ی داوطلبی:

توجه: نمره‌ی منفی ندارد.



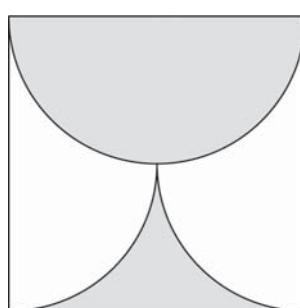
۱. کدامیک از عده‌های زیر به $51,02 \times 20,15$ نزدیک‌تر است؟

- ۱۰۰۰۰۰۰ (۵) ۱۰۰۰۰۰ (۴) ۱۰۰۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۲) ۱۰۰ (۱)

۲. مادر لباس‌ها را شست و بلوزها را روی بند رخت آویزان کرد. بعد از بچه‌هایش خواست که بین هر دو بلوز یک لنگه جوراب آویزان کنند. سرانجام ۲۹ تکه لباس روی بند رخت آویزان شدند. چند بلوز آویزان بودند؟

- ۱۵ (۵) ۱۴ (۴) ۱۳ (۳) ۱۱ (۲) ۱۰ (۱)

۳. در شکل، مرز بخش سایه‌خورده‌ی مریع به ضلع a یک نیم‌دایره و دو ربع‌دایره است. مساحت ناحیه چقدر است؟

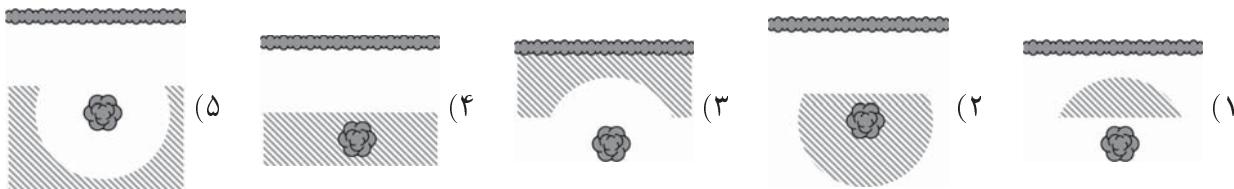


- $\frac{\pi a^2}{4}$ (۵) $\frac{a^2}{4}$ (۴) $\frac{\pi a^2}{2}$ (۳) $\frac{a^2}{2}$ (۲) $\frac{\pi a^2}{8}$ (۱)

۴. سه خواهر ۳۰ کلوچه خریدند و هر کدام ده‌تا از کلوچه‌ها را برداشتند. خواهر اولی ۸۰۰۰ تومان پول داد، خواهر دومی ۵۰۰۰ تومان و خواهر سومی ۲۰۰۰ تومان. اگر آن‌ها بخواهند کلوچه‌ها را به نسبت پولی که هر کدامشان پرداخته است تقسیم کنند، خواهر اولی باید چند کلوچه‌ی دیگر بگیرد؟

- ۶ (۵) ۷ (۴) ۸ (۳) ۹ (۲) ۱۰ (۱)

۵. مردی می‌خواهد جواهری را که سال‌ها پیش در باغش مخفی کرده است، بیرون بیاورد. او فقط یادش هست که فاصله‌ی جواهر از پرچین دست کم ۵ m و فاصله‌ی جواهر از ریشه‌ی درخت گلابی قدیمی حداقل ۵ m بوده است. در کدام شکل، ناحیه‌ای که این مرد باید بگردد درست مشخص شده است؟



۶. رقم یکان $15^5 + 20 \cdot 15^4 + 20 \cdot 15^3 + 20 \cdot 15^2 + 20 \cdot 15^1 + 20 \cdot 15^0$ چند است؟

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷ (۵) ۹

۷. کلاسی ۳۳ دانش‌آموز دارد. آن‌ها به دو درس ریاضی و فیزیک بیشتر از درس‌های دیگر علاقه دارند. سه دانش‌آموز به هر دو درس علاقه دارند. تعداد دانش‌آموزانی که فقط به درس ریاضی علاقه دارند، دوبرابر تعداد دانش‌آموزانی است که فقط به فیزیک علاقه دارند. چند دانش‌آموز به درس ریاضی علاقه دارند؟

- (۱) ۱ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۲ (۵) ۲۳

۸. کدام عدد نه مربع کامل است نه مکعب کامل؟

- (۱) ۱ (۲) ۵۱۲ (۳) ۴۱۱ (۴) ۳۱۰ (۵) ۲۹

۹. آقای شمعدانی صد شمع خریده است. او هر روز یک شمع روشن می‌کند و از باقیمانده‌ی هفت شمع سوخته، یک شمع جدید درست می‌کند. او بعد از چند روز باید باز هم شمع بخرد؟

- (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۱۴ (۳) ۱۱۵ (۴) ۱۱۶ (۵) ۱۱۷

۱۰. تعداد زاویه‌های قائم در یک چندضلعی محدب n است. همه‌ی مقدارهای ممکن n کدام‌اند؟

- (۱) ۱, ۲, ۳ (۲) ۲, ۳, ۴, ۱ (۳) ۳, ۲, ۱, ۰ (۴) ۴, ۲, ۱, ۰ (۵) ۵, ۱, ۲, ۰

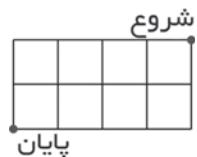
مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. در شکل زیر، تاسِ تصمیم مرا در سه وضع مختلف می‌بینید. احتمال اینکه تاس «بله» بباید چقدر است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۵) $\frac{5}{6}$

۱۲. در شکل رو به رو، طول ضلع هر مربع کوچک ۱ است. اگر بخواهیم فقط ضلع‌ها یا قطرهای مربع‌ها حرکت کنیم، طول کوتاه‌ترین مسیر از «شروع» به «پایان» چقدر است؟



- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ (۳) $2 + 2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$ (۵) ۶

۱۳. هر کدام از ساکنان سیاره‌ی «بال بال» دست کم دو گوش دارد. سه‌تا از آن‌ها به نام‌های ایمی، دیمی و سیمی در دهانه‌ی یک آتش‌فشن همدیگر را دیدند. ایمی گفت: «من ۸ گوش می‌بینم». دیمی گفت: «من ۷ گوش می‌بینم». سیمی گفت: «عجب است؛ من فقط ۵ گوش می‌بینم». هیچ‌کدام از آن‌ها گوش‌های خودشان را نمی‌بینند. سیمی چند گوش دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶ (۵) ۷

۱۴. در ظرفی به شکل منشور قائم که قاعده‌ی آن مربعی به ضلع 10 cm است، تا ارتفاع h آب می‌ریزیم. مکعبی توپر به ضلع 2 cm را در ظرف می‌اندازیم. اگر بخواهیم مکعب کاملاً در آب فرو برود، مقدار h دستکم چند سانتی‌متر است؟

۱/۹۴ (۵)

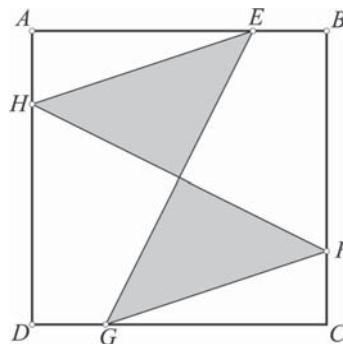
۱/۹۱ (۴)

۱/۹۰ (۳)

۱/۹۳ (۲)

۱/۹۲ (۱)

۱۵. در شکل، مساحت مربع $ABCD$ برابر 8° است. نقطه‌های E و F و G و H روی ضلع‌های مربع هستند و $AE = BF = CG = DH$ است. مساحت ناحیه‌ی سایه‌خورده چقدر است؟
اگر $AE = 3EB$



۴۰ (۵)

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۱۶. حاصل‌ضرب سن پدر و پسری 20×15 است. اختلاف سن آن‌ها چقدر است؟ (سن‌ها را عدد طبیعی در نظر بگیرید.)

۳۶ (۵)

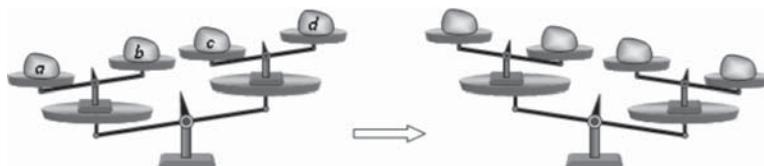
۳۴ (۴)

۳۱ (۳)

۲۹ (۲)

۲۶ (۱)

۱۷. چهار وزنه‌ی a و b و c و d را مطابق شکل روی کفه‌های ترازوی گذاشتیم. دو تا از وزنه‌ها را جایه‌جا کردیم و وضع ترازو عوض شد. کدام وزنه‌ها جایه‌جا شده‌اند؟



c و a (۵)

d و a (۴)

c و b (۳)

d و b (۲)

b و a (۱)

۱۸. فرض کنید هر دو ریشه‌ی $x^3 - 85x + c = 0$ عدد اول هستند. حاصل جمع رقم‌های c چقدر است؟

۲۱ (۵)

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

۱۹. چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارند که اختلاف هر دو رقم مجاورشان 3 باشد؟

۲۷ (۵)

۲۰ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۲۰. کدام گزینه مثال نقضی برای این حکم است؟ «اگر n اول باشد آنگاه دقیقاً یکی از $2 - n$ و $2 + n$ اول است.»

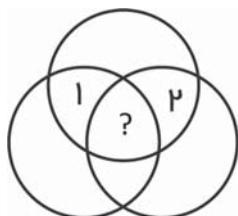
$n = 37$ (۵)

$n = 29$ (۴)

$n = 21$ (۳)

$n = 19$ (۲)

$n = 11$ (۱)



مسابقات ریاضیات پنج امتیازی

۲۱. در شکل، هفت ناحیه را نشان داده‌ایم که با سه دایره تشکیل شده‌اند. در هر ناحیه، عددی می‌نویسیم. می‌خواهیم عدد هر ناحیه برابر حاصل جمع عدددهای همه ناحیه‌های همسایه‌ی آن ناحیه باشد (دو ناحیه همسایه‌اند؛ اگر مزه‌ایشان در بیشتر از یک نقطه مشترک باشند). دو تا از عدددها معلوم‌اند. عدد ناحیه‌ی مرکزی کدام است؟

۶ (۵)

-۶ (۴)

۳ (۳)

-۳ (۲)

۰ (۱)

۲۲. پرهام در قفسه‌ی کتابخانه‌اش سه فرهنگ لغت مختلف دارد. او به چند طریق می‌تواند این کتاب‌ها را طوری در قفسه بچیند که فرهنگ‌های لغت کنار هم و رمان‌ها کنار هم باشند؟

۱۲۰) ۵

۶۰) ۴

۳۰) ۳

۲۴) ۲

۱۲) ۱

۲۳. چند عدد طبیعی دو رقمی را می‌توانیم به صورت حاصل جمع شش توان مختلف ۲ (از جمله 2^0) بنویسیم؟

۴) ۵

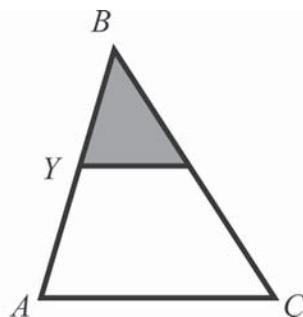
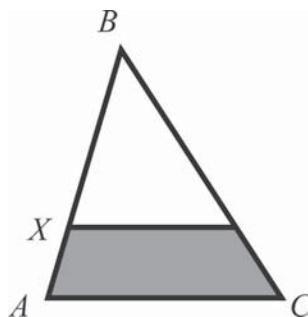
۳) ۴

۲) ۳

۱) ۲

۰) ۱

۲۴. در شکل‌های زیر، یک بار از X و یک بار از Y در مثلث ABC خطی به موازات AC کشیده‌ایم. مساحت ناحیه‌های سایه‌خورده باهم برابر است. اگر $BY : YA = 4 : 1$ ، $BX : XA = ?$



۴: ۳) ۵

۳: ۲) ۴

۳: ۱) ۳

۲: ۱) ۲

۱: ۱) ۱

۲۵. در مثلثی قائم‌الزاویه، نیم‌سازیکی از زاویه‌های حاده ضلع مقابل را به پاره‌خط‌هایی به طول ۱ و ۲ تقسیم می‌کند. طول این نیم‌ساز چقدر است؟

$\sqrt{6}) ۵$

$\sqrt{5}) ۴$

$\sqrt{4}) ۳$

$\sqrt{3}) ۲$

$\sqrt{2}) ۱$

۲۶. عددی دو رقمی با دهگان a و یکان b را با \overline{ab} نشان می‌دهیم. فرض کنید a و b و c رقم‌هایی متمایزند. به چند طریق می‌توانیم رقم‌های a و b و c را طوری انتخاب کنیم که $\overline{ab} < \overline{bc} < \overline{ca}$ باشد؟

۵۰) ۲

۲۰) ۱

۱۲۵) ۳

۹۶) ۲

۸۴) ۱

۲۷. یکی از عددهای $1, 2, 3, \dots, 1 - n$ را حذف کرده‌ایم و میانگین عددهای باقی‌مانده $4/8$ است. کدام عدد حذف شده است؟

۵) نمی‌توان معین کرد.

۹) ۴

۸) ۳

۷) ۲

۵) ۱

۲۸. مورچه‌ای روی یکی از رأس‌های مکعب به ضلع ۱ است. او می‌خواهد همه‌ی یال‌های مکعب را در کوتاهترین مسیر ممکن طی کند و سر جای او لش برگردد. طول کوتاهترین مسیر چقدر است؟

۲۰) ۵

۱۶) ۴

۱۵) ۳

۱۴) ۲

۱۲) ۱

۲۹. ده عدد متمایز را می‌نویسیم و زیر هر عددی که حاصل ضرب آن عدد دیگر است، خط می‌کشیم. حداقل زیر چند عدد ممکن است خط بکشیم؟

۱۰) ۵

۹) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۳۰. چند نقطه را روی خطی مشخص کرده‌ایم. همه‌ی پاره‌خط‌هایی را که دو سرشان از این نقطه‌هاست در نظر می‌گیریم. یکی از این نقطه‌ها روی 80° تا از این پاره‌خط‌ها و یکی دیگر از نقطه‌ها روی 90° تا از این پاره‌خط‌هاست. چند نقطه را روی خط مشخص کرده‌ایم؟

۵) نمی‌توان معین کرد.

۹۰) ۴

۸۰) ۳

۲۲) ۲

۲۰) ۱